INCERTITUDE ABSOLUE

Le résultat d'une mesure ou d'un calcul est présenté avec son incertitude absolue. L'incertitude absolue contient au plus 2 chiffres significatifs. $x \pm \Delta x$ ou $x \pm U(x)$ avec unité et niveau de confiance

Exemples :

- On trouve une vitesse : v = 3,50 ± 0,10 m.s^{-1} $\Delta v = U(v) = 0{,}10 m.s^{-1}$ est l'incertitude absolue

Ici, le dernier chiffre de la valeur mesurée ou calculée a la même position que le deuxième chiffre significatif de l'incertitude absolue.

- On calcule une petite distance : on obtient sur la calculatrice x = 21,0257.10^{-3}m et l'incertitude absolue vaut $\Delta x = U(x) = 4{,}86.10^{-5}$ alors le résultat s'écrira $(21{,}026 \pm 0{,}049).10^{-3}$m.
- Si U(x) possède un seul chiffre significatif alors le résultat sera : $(21{,}03 \pm 0{,}05).10^{-3}$m

INCERTITUDE RELATIVE

Qualité de la mesure

L'incertitude relative permet d'estimer la précision sur le résultat obtenu.

$$I_R = \frac{\Delta x}{x} = \frac{U(x)}{x}$$

Elle est donnée en pourcentage.

Exemple : la longueur du cahier est : L = 22,0 ± 0,1 cm. L'incertitude relative vaut : $I_R = \frac{U(L)}{L} = \frac{0{,}1}{22{,}0} = 4.10^{-3} = 0{,}4\%$

La longueur du cahier vaut : L = 22,0cm ±0,4 %

Comparaison avec une valeur de référence

L'incertitude relative vaut alors : $I_R = \frac{|x_{théorique} - x_{expérimental}|}{x_{théorique}}$

Exemple : on trouve une vitesse du son de v_{exp}= 345 m.s^{-1}. Si la célérité est théoriquement : $v_{théorique}$=343m.s^{-1} alors l'incertitude relative vaut :

$$I_R = \frac{|v_{théorique} - v_{expérimental}|}{v_{théorique}} = \frac{|343 - 345|}{343} = 0{,}583\%$$

Calculer une incertitude relative lorsque plusieurs sources d'erreurs sont commises

Lorsque la relation littérale est sous forme d'addition ou de soustraction :

$$y = x + z$$

L'incertitude est donnée sous la forme : $\Delta y = U(y) = \Delta x + \Delta z = U(x) + U(z)$

Si $y = 2x + 3z$ alors $\Delta y = 2\Delta x + 3\Delta z$

<u>Exemple :</u> la distance D est calculée avec deux mesures d_1 et d_2 : $D = d_1 + d_2$ alors l'incertitude de mesure est :

$\Delta D = \Delta d_1 + \Delta d_2$

Lorsque la relation littérale est sous forme de multiplication ou de division :

$$y = x \times z \qquad \text{ou} \quad y = \frac{x}{z}$$

L'incertitude est donnée sous la forme :

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{U(x)}{x}\right)^2 + \left(\frac{U(z)}{z}\right)^2}$$

<u>Exemple :</u> la distance vitesse v est calculée avec deux mesures d et t : $v = \frac{d}{t}$ alors l'incertitude de mesure est :

$$\frac{\Delta v}{v} = = \sqrt{\left(\frac{U(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{U(t)}{t}\right)^2}$$

Les incertitudes des mesures effectuées (ici U(d) et U(t) seront données ou devront être calculées avec des formules fournies).

INCERTITUDE LORS D'UNE SEULE MESURE

La valeur de l'incertitude absolue sera donnée dans les exercices ou une formule vous sera fournie afin de la calculer.

<u>Exemple :</u> La valeur de la distance mesurée est L = 20,1 cm. L'erreur commise lors de la mesure d'une distance à l'aide d'une règle graduée au millimètre est :

$\Delta L = U(L) = \frac{2\sqrt{2}\times graduation}{\sqrt{12}}$ la graduation est le millimètre donc $U(L) = \frac{2\sqrt{2}\times 1}{\sqrt{12}} = 0{,}8mm$=0,08cm

L'encadrement de la distance est : L=20,10±0,08 cm. (niveau de confiance de 95%)

INCERTITUDE ELARGIE POUR UNE SERIE DE MESURES

Lorsqu'on répète plusieurs fois une série de mesures, on utilise des notions de statistiques (moyenne et écart-type) afin d'analyser les résultats. L'incertitude de mesure est appelée : « incertitude de répétabilité ».

Prenons un exemple : (sujet bac 2014 Centres étrangers).

La mesure de la résistance thermique R_{th} est effectuée 12 fois dans les mêmes conditions expérimentales. Les valeurs trouvées sont :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R_{th}	0,81	0,89	0,78	0,82	0,87	0,78	0,76	0,92	0,85	0,84	0,81	0,79

On calcule la moyenne des n mesures réalisées :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Dans notre exemple : $\overline{R_{th}}$= 0,8267

La meilleure estimation de l'incertitude s'opère à partir de l'écart-type : $\sigma_{n-1} = s_x$ tel que :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Dans notre exemple :

$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}((R_{th})_i - \overline{R_{th}})^2}{n-1}}$= 0,049 ($\sigma_{n-1}$= sx sur la calculatrice en mode « stats »).

L'incertitude type élargie est :

$$U(x) = t\,\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

t est appelé constante de Student, il varie en fonction du pourcentage de confiance dont on souhaite donner la valeur et du nombre de mesures n effectuées.

Dans notre exemple : on nous donne la valeur de $t_{95\%\ \text{de confiance}}$ = 2,20. Il vient l'incertitude type élargie :

$U(R_{th}) = 2{,}20\,\frac{0{,}049}{\sqrt{12}}$= 0,031

Il vient la valeur de la mesure : X = x ±U(x) avec une confiance de ….%. Ce pourcentage de confiance sera donné dans les exercices.

Dans notre exemple :

La valeur de la résistance thermique vaut : R_{th} = 0,83±0,03