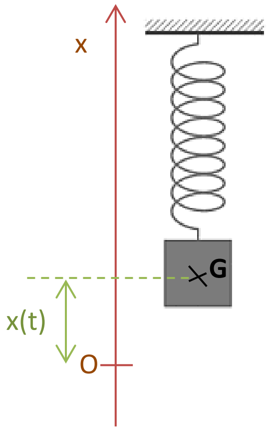
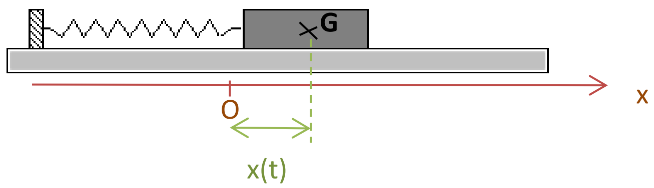
Un oscillateur élastique est composé d'un système à ressort de constante de raideur k. Il peut être étudié verticalement ou horizontalement. On choisit la position G du système à étudier et on fixe un axe (Ox) pour suivre son mouvement. L'équation horaire sera *x(t).* Cela représente la position du système G à tout instant *t* tel que x est l'allongement du ressort $x=L-L_0$ avec L_0 la longueur du ressort à l'équilibre et L la longueur du ressort pendant le mouvement.





Période propre : T_0

Une fois étiré ou comprimé à t=0, on le lâche. Le système se met à osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre avec un mouvement périodique. Si les forces de frottement sont nulles, cette période est appelée : période propre. Elle peut être définie par la relation :

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Elle ne dépend pas de l'amplitude maximale x_{max} donnée à t=0.

Analyse dimensionnelle de T_0 :

Il faut montrer que T_0 est bien exprimé en seconde donc il faut montrer que $\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right]$ est un temps :

on sait que la tension du ressort est : $T = -k \times x$ donc $k = -T / x$ donc $[k]= F \times L^{-1}$

or une force $F = m \times a$ (2ème loi de Newton) donc $[F] = m \times L \times T^{-2}$ d'où :

$[k] = m \times L \times T^{-2} \times L^{-1} = m \times T^{-2}$

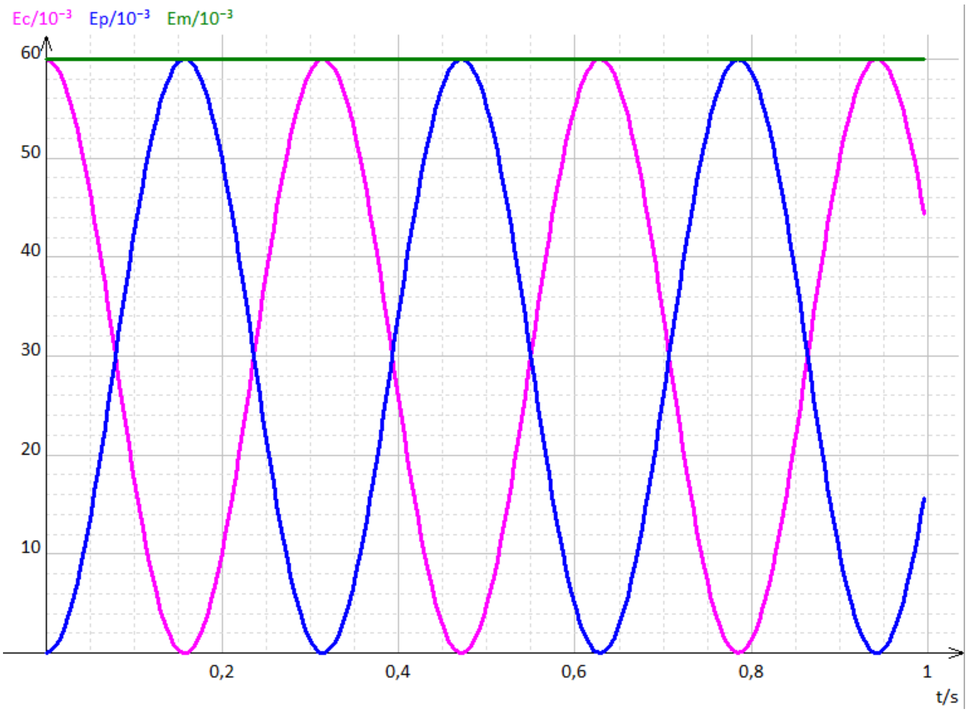
$$\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = \left[\sqrt{\frac{\cancel{m}}{\cancel{m} \times T^{-2}}}\right] = \sqrt{T^2} = T$$

La période est bien un temps.

Bilan énergétique :

Pour des oscillations libres (non amorties) :

- l'amplitude $x_{max}=x_m$ reste la même au cours du temps
- il y a échange d'énergie entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique.
- L'énergie mécanique est conservée : $E_m = E_C + E_P$ = constante .



Au point G₀ d'équilibre (ressort ni étiré ni comprimé):

$E_C = \frac{1}{2} \times m \times v_{max}^2$ la vitesse est maximale

$E_{Pelast} = 0 = \frac{1}{2} \times k \times x_0^2$ car $x_0 = 0$ (le ressort n'est ni étiré ni comprimé)

donc $E_m = E_c + E_p = E_{Cmax}$ la vitesse au point G_0 est maximale.

Au point G_m (amplitude maximale) :

$E_C = 0$ car v = 0 (il ne peut pas aller plus loin (ni à droite, ni à gauche))

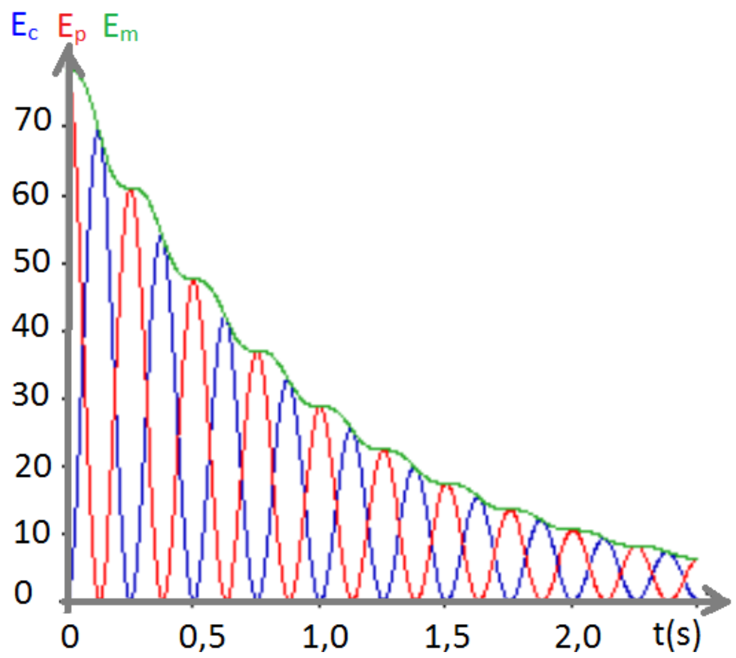
$E_{Pelast} = \frac{1}{2} \times k \times x_{max}^2$

donc $E_m = E_c + E_p = E_{Pmax}$ la vitesse au point G_m est nulle.

Conclusion : pour des oscillations libres non amorties : $\mathbf{E_m = E_{cmax} = E_{pmax}}$

Pour des oscillations libres pseudo périodiques (amorties) :

- l'amplitude diminue au cours du temps :
- Il y a échange d'énergie entre l'énergie cinétique et potentielle élastique.
- L'énergie mécanique diminue au cours du temps : $E_m = E_C + E_P$ n'est plus constante. Ceci est dû aux frottements. Il y a une perte d'énergie sous forme de chaleur (effet Joule).



Vitesse au point d'équilibre G_0 : oscillations libres non amorties

Conservation de l'énergie mécanique :

Au point G_0, (x=0) la vitesse est maximale : $E_c = = \frac{1}{2} \times m \times v_{max}^2$ et $E_P = 0$ donc

$$E_m = E_{Cmax} = \frac{1}{2} \times m \times v_{max}^2 = \frac{1}{2} \times m \times v_{G0}^2 \qquad (1)$$

Au point G_{max}, ($x=x_{max}$) la vitesse est nulle donc $E_C=0$ et $E_m = E_{Pmax} = \frac{1}{2} \times k \times x_{max}^2$ (2)

Donc (1) = (2) alors : $\frac{1}{2} \times m \times v_{G0}^2 = \frac{1}{2} \times k \times x_{max}^2$

on isole v_{G0} et on obtient : $\boxed{v_{G0} = \sqrt{\frac{k}{m} x_{max}^2}}$